

YAPI STATİĞİ 1

DERS NOTLARI 2

Prof. Dr. Cengiz Dünder

BÖLÜM 2

Mesnet Reaksiyonları

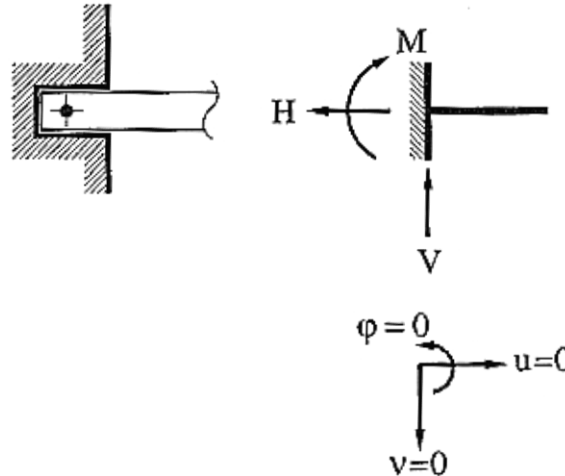
Mesnet Tanımları

Yapı sistemlerinin zemin ile birleştiği noktalara **mesnet**, zeminden yapıya gelen kuvvetlere de **mesnet tepkileri** adı verilmektedir.

Yapıların başlıca 3 tür mesnetlenme şekilleri bulunmaktadır.

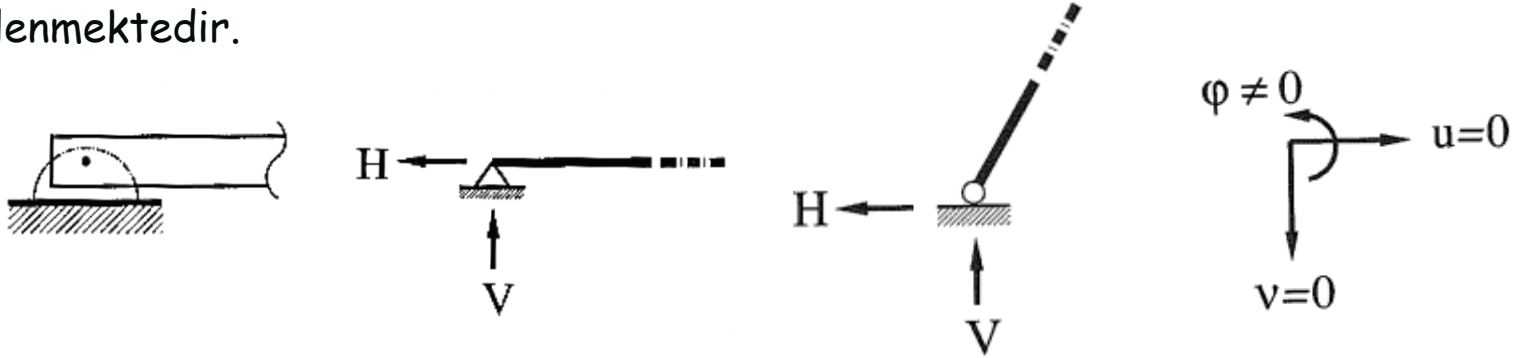
a) Ankastre Mesnet:

Bu tür mesnetler, hem doğrusal yer değiştirmelerin hem de dönmenin tutulu olduğu mesnetlerdir. Tutulu olan bu noktalarda tepki olarak, yatay ve düşey mesnet tepkilerinin ve ankastrelik dönme momentinin meydana gelmesi beklenmektedir.



b) Sabit Mesnet:

Bu tür mesnetler, doğrusal yer değiştirmelerin tutulu dönmeninse serbest olduğu mesnetlerdir. Dolayısı ile bu tür mesnetlerde sadece yatay ve düşey mesnet tepkilerinin oluşumu beklenmektedir.



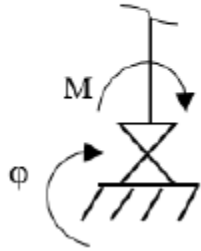
c) Kayıcı Mesnet:

Bu tür mesnetlerde hareket doğrultusuna dik yönde oluşan yer değiştirme önlenmiştir. Bu sebeple sadece düşey yöndeki yer değiştirmenin tutulu olduğu bu tür mesnetlerde sadece düşey doğrultuda bir mesnet tepkisinin oluşması beklenmektedir.



Elastik ankastre mesnet

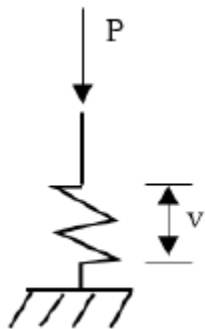
Dönmeye karşı Elastik ankastre mesnet



Kendilerine gelen momentle orantılı olarak belirli bir miktar dönebilen mesnetlerdir.

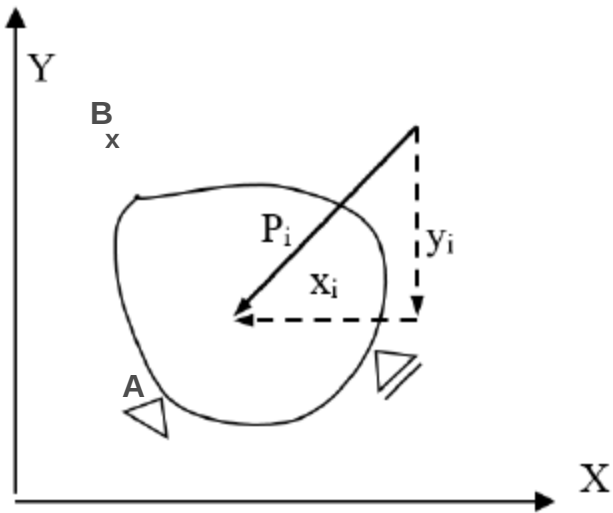
$\frac{M}{\varphi} = R$ R ankastre mesnetin dönmeye karşı redörü.

Çökmeye karşı Elastik ankastre mesnet



$\frac{P}{v} = R_v$ R_v ankastre mesnetin çökmeye karşı redörü.

Denge Denklemleri



Düzlem sistemde

$$\sum X_i = 0$$

$$\sum Y_i = 0$$

$$\sum M_i = 0$$

$$\sum M_B = 0$$

Uzay Sistemde

$$\sum X_i = 0 \quad \sum M_x = 0$$

$$\sum Y_i = 0 \quad \sum M_y = 0$$

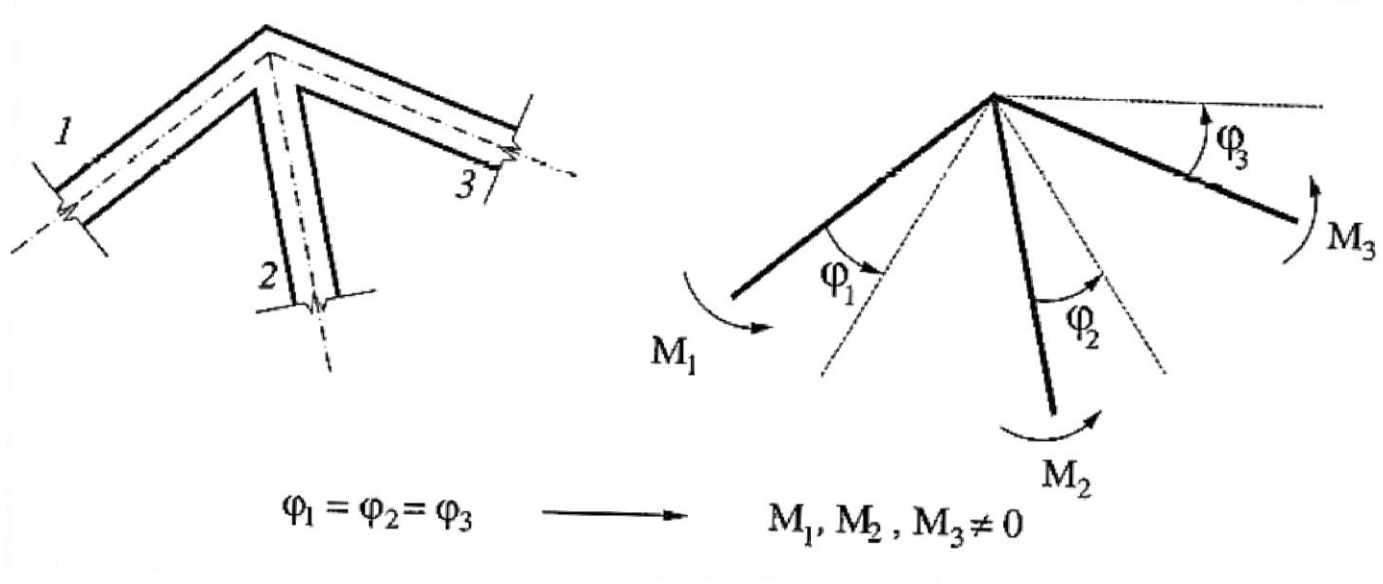
$$\sum Z_i = 0 \quad \sum M_z = 0$$

Düğüm Noktaları

Çubukların birleşim noktalarına **düğüm noktaları** adı verilmektedir. Başlıca 2 çeşit düğüm noktası tanımı bulunmaktadır.

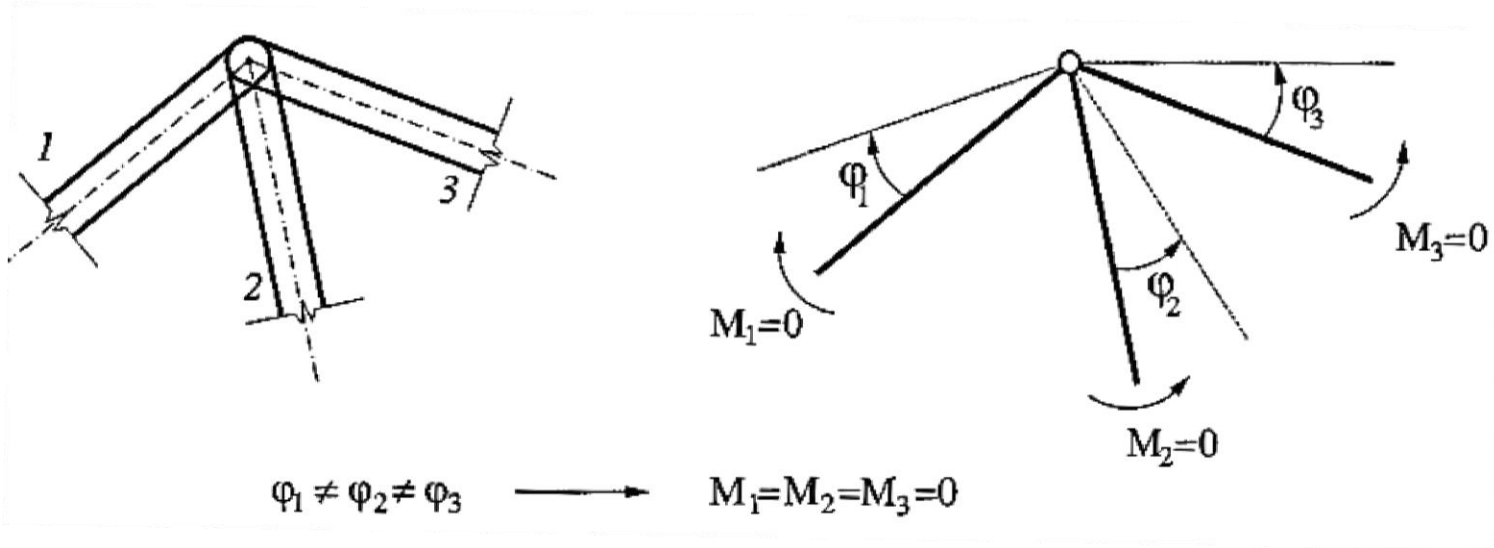
a) Rijit Düğüm Noktaları:

Bu tür düğüm noktalarına birleşen çubukların uç noktalarındaki dönmeler birbirlerine eşittir ve genelde eğilme momenti değerleri sıfırdan farklıdır.

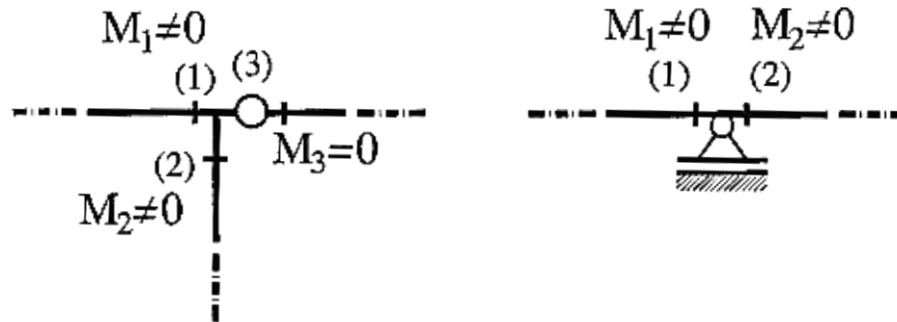


b) Mafsallı Dügüm Noktaları:

Çubuklar birbirlerine bir mil etrafında serbestçe dönebilecek şekilde bağlanmıştır. Aynı düğüm noktasına birleşen çubukların uç dönmeleri birbirinden farklı olmasına karşın momentleri sıfırdır.

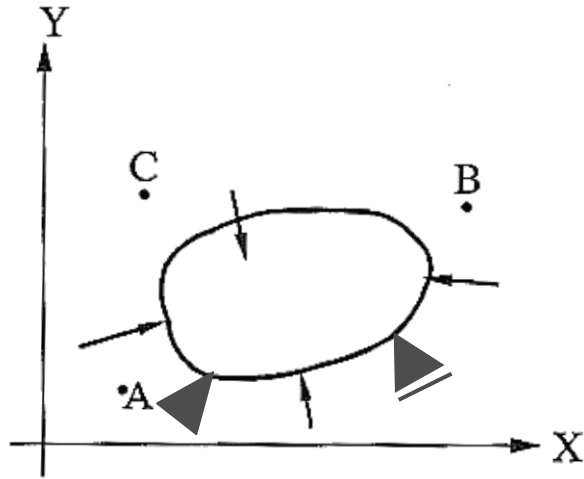


✓ Mafsallar, sistemde momentin sıfır olduğu yerlerdir.



Denge Denklemleri

Çeşitli dış yükler altındaki bir sistem hareketsizse veya ivmesiz (düzgün) hareket yapıyorsa dengededir ve dengede olan bir yapı sistemine etkiyen kuvvetler yazılacak olan denge denklemlerini sağlarlar. Düzlem sistemlerde 3 adet denge denklemi bulunmaktadır.



➤ İzdüşüm Denge Denklemleri:

$$\rightarrow \sum X = 0 \text{ ve } \uparrow \sum Y = 0$$

➤ Moment Denge Denklemi:

$$\curvearrowright \sum M_A = 0$$

Mesnet Tepkilerinin Hesabı

Yapı sistemleri kendilerine etkiyen dış yükler ve bu yüklerden dolayı oluşan mesnet tepkilerinin etkisi altında dengededir. 3 adet denge denklemini sağlarlar. Bu noktada n , sistemde oluşan mesnet tepki sayısı olmak üzere;

$n < 3$ ise sistem taşıyıcı değildir.

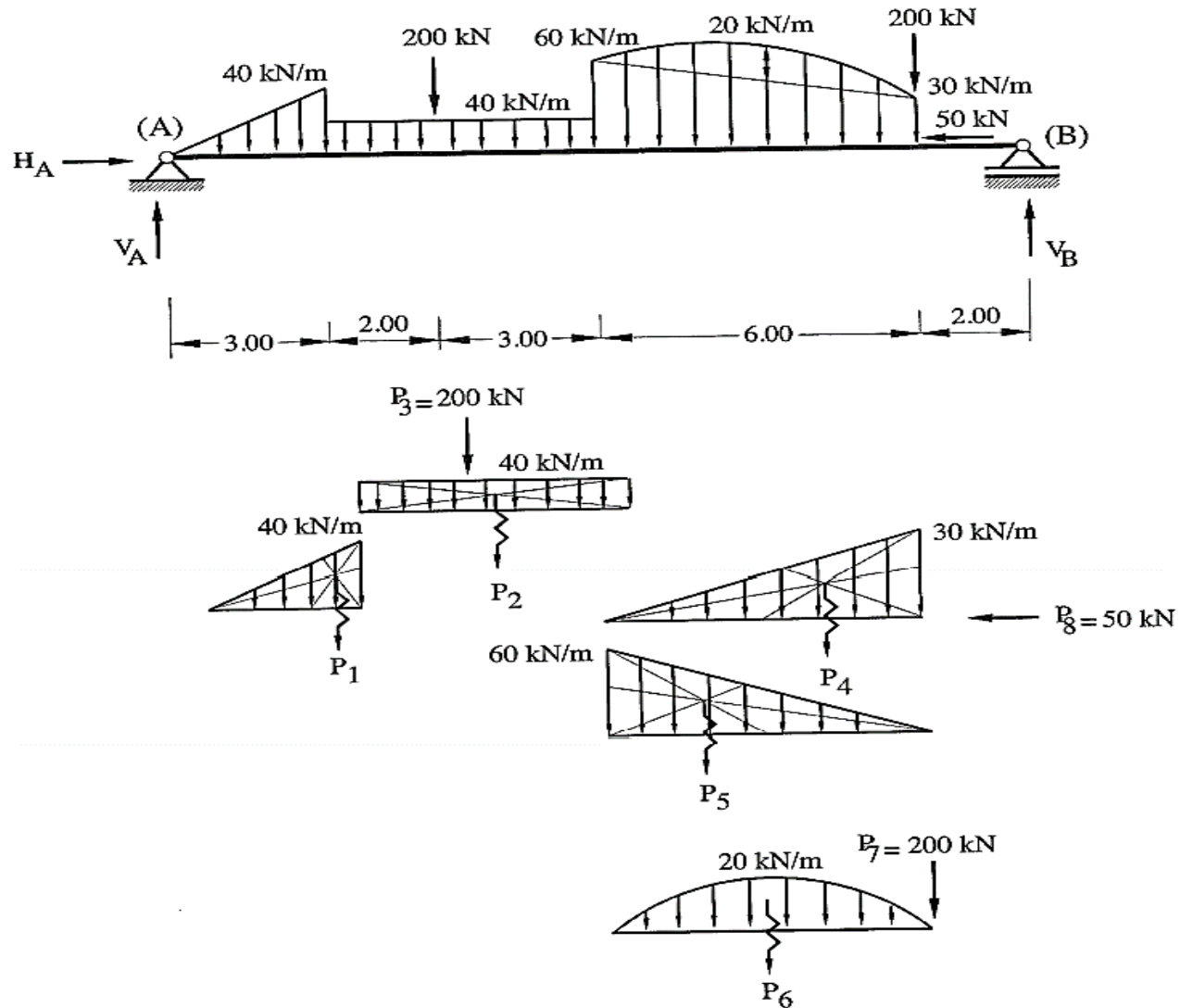
$n = 3$ ise mesnet tepkileri denge denklemleri ile hesaplanabilir.

$n > 3$ ise sistemde ek koşullar (mafsal şartı) varsa mesnet tepkileri hesaplanabilir, yoksa sistem hiperstatiktir.

Çözümlü Problemler

PROBLEM 1.3

Şekil 1.3 de verilen basit kirişte,
Mesnet tepkilerini hesaplayınız.



$$P_1 = 40 \times \frac{3.00}{2} = 60 \text{ kN} , P_2 = 40 \times 5.00 = 200 \text{ kN} , P_4 = 30 \times \frac{6.00}{2} = 90 \text{ kN}$$

$$P_5 = 60 \times \frac{6.00}{2} = 180 \text{ kN} , P_6 = \frac{2}{3} \times 20 \times 6.00 = 80 \text{ kN}$$

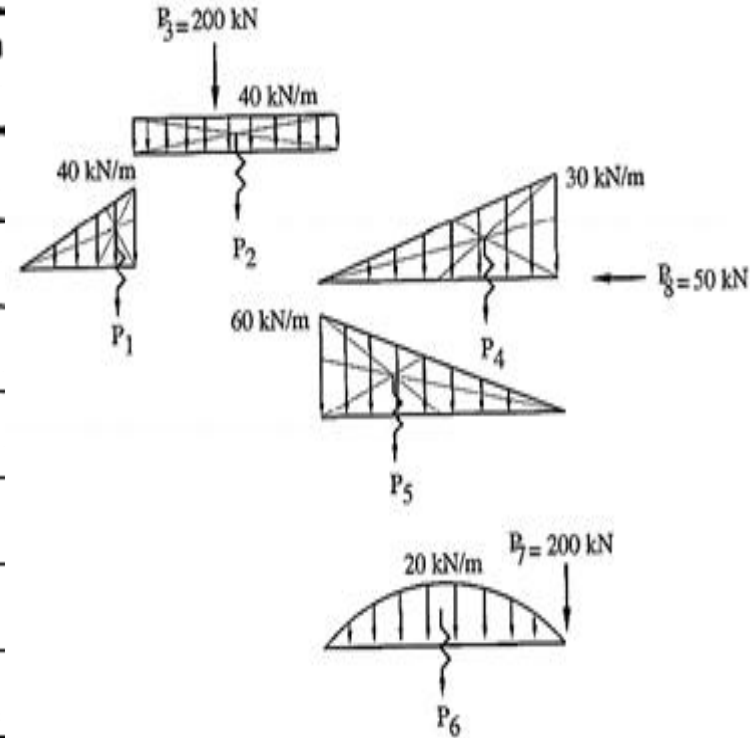
Tablo 1.3: Kuvvetlerin A noktasına göre statik momentleri

	Yük	$x_{i,A}$ (m)	$(P_i \times x_{i,A})$ (kNm)
P_1	60	2.00	120
P_2	200	5.50	1100
P_3	200	5.00	1000
P_4	90	12.00	1080
P_5	180	10.00	1800
P_6	80	11.00	880
P_7	200	14.00	2800

$\Sigma : 8780$

Şiddet: $R=1010 \text{ kN}$ ✓

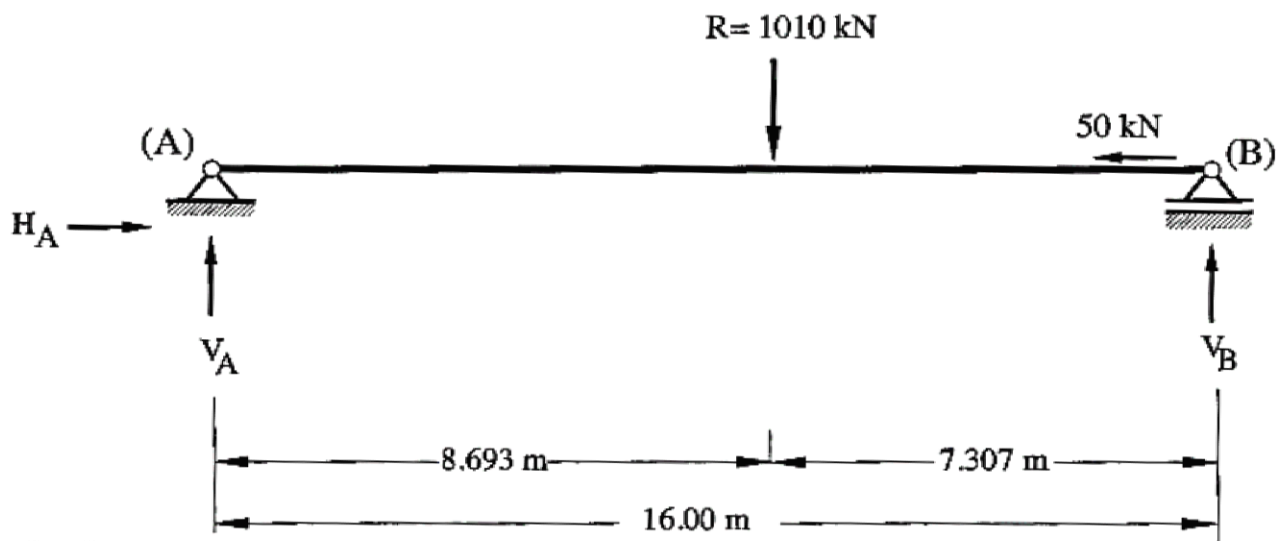
Yer: $x_A = \frac{8780}{\sum_{i=1}^N R_i} = \frac{8780}{1010} = 8.693 \text{ m}$ ✓



Yatay izdüşüm denge denkleminden H_A

$(\rightarrow +) \Sigma F_x = 0 \quad H_A - 50 = 0 \quad \Rightarrow H_A = 50.00 \text{ kN} \rightarrow \checkmark$

I. YOL : Bileşke kuvvet ve uygulama noktasının kullanılması ile hesap:



$(\curvearrowright +) \Sigma M_A = 0 \quad 1010 \times 8.693 - 16.00 \times V_B = 0 \quad \Rightarrow V_B = 548.75 \text{ kN} \uparrow \checkmark$

$(\curvearrowright +) \Sigma M_B = 0 \quad 16.00 \times V_A - 1010 \times 7.307 = 0 \quad \Rightarrow V_A = 461.25 \text{ kN} \uparrow \checkmark$

II. YOL : Klasik yol ile hesap:

B mesnetine göre moment denge denklemi yazılırsa V_A

$$(\curvearrowright+)\Sigma M_B=0 \quad V_A \times 16.00 - P_1 \times (1.00 + 13.00) - P_2 \times 10.50 - P_3 \times 11.00 - \dots \\ \dots - P_4 \times 4.00 - P_5 \times 6.00 - P_6 \times 5.00 - P_7 \times 2.00 = 0$$

$$V_A \times 16.00 - 60 \times (1.00 + 13.00) - 200 \times 10.50 - 200 \times 11.00 - \dots \\ \dots - 90 \times 4.00 - 180 \times 6.00 - 80 \times 5.00 - 200 \times 2.00 = 0$$

$$\Rightarrow V_A = 461.25 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$

ve düşey izdüşüm denge denkleminde V_B

$$(\uparrow+)\Sigma F_y=0 \quad V_A - P_1 - P_2 - P_3 - P_4 - P_5 - P_6 - P_7 + V_B = 0$$

$$461.25 - 60 - 200 - 200 - 90 - 180 - 80 - 200 + V_B = 0$$

$$\Rightarrow V_B = 548.75 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$

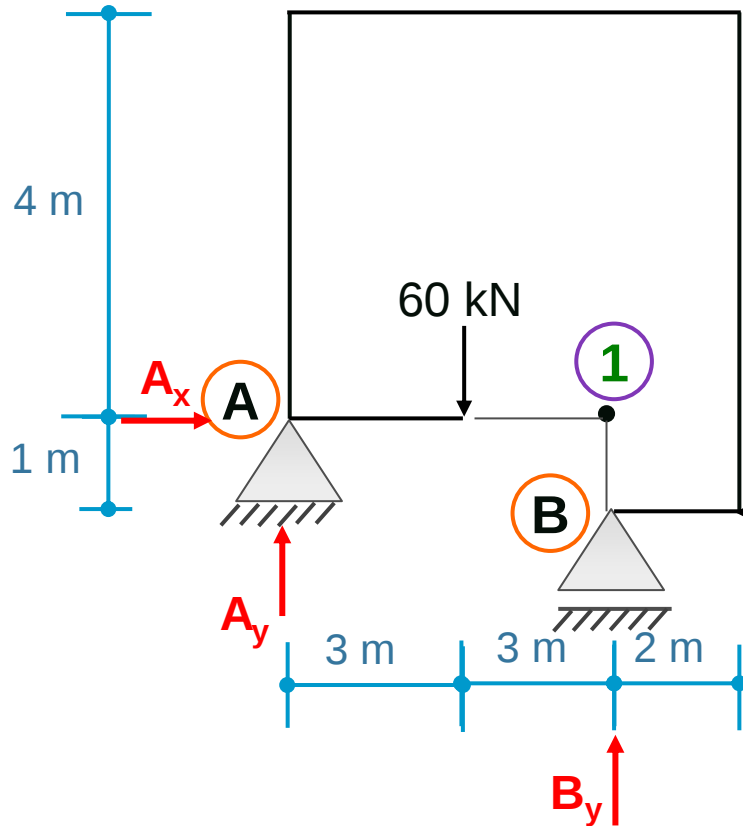
elde edilir.

Kontrol: $(\curvearrowright+)\Sigma M_A=0$ olmalı.

$$\Sigma M_A = P_1 \times \frac{2}{3} \times 3.00 + P_2 \times 5.50 + P_3 \times 5.00 + P_4 \times 12.00 + \dots \\ \dots + P_5 \times 10.00 + P_6 \times 11.00 + P_7 \times 14.00 - V_B \times 16.00 = 0 \checkmark$$

Örnek Problemler

Problem 2.1. Şekildeki sistemin mesnet tepkilerini hesaplayınız.



$$\rightarrow \sum X = 0$$

$$A_x = 90 \text{ kN}$$

$$\uparrow \sum Y = 0$$

$$A_y + B_y = 60 \text{ kN}$$

$$\curvearrow \sum M_A = 0$$

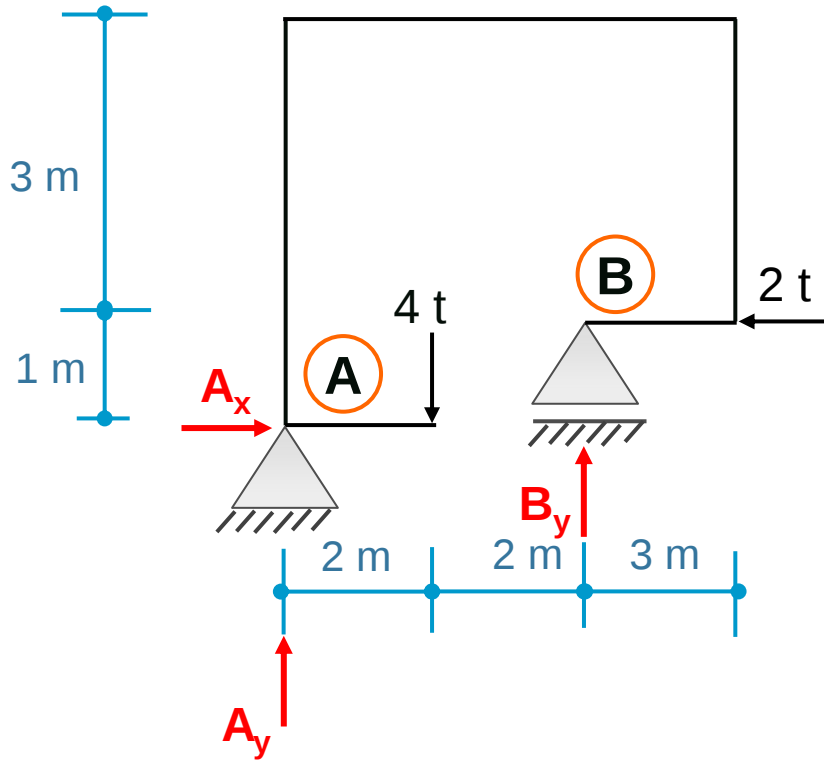
$$6B_y = 60 * 3 + 90 * 1$$

$$B_y = 45 \text{ kN} \quad A_y = 15 \text{ kN}$$

$$\curvearrow \sum M_{1(\text{KONTROL})} = 0 \quad - 6A_y - 90 * 1 + 60 * 3 = 0$$

$$0 = 0 \quad \checkmark$$

Problem 2.2. Şekildeki sistemin mesnet tepkilerini hesaplayınız.



$$\rightarrow \sum X = 0$$

$$A_x = 2 \text{ t}$$

$$\uparrow \sum Y = 0$$

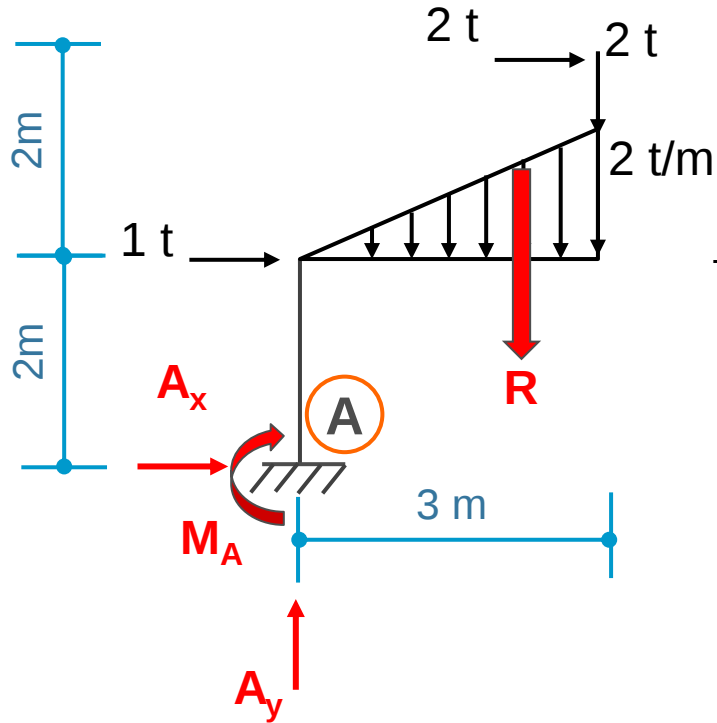
$$A_y + B_y = 4 \text{ t}$$

$$\curvearrowright \sum M_A = 0 \quad -4 * 2 + 4B_y + 2 * 1 = 0$$

$$B_y = 1.5 \text{ t}$$

$$A_y = 2.5 \text{ t}$$

Problem 2.3. Şekildeki sistemin mesnet tepkilerini hesaplayınız.



$$\rightarrow \sum X = 0 \quad A_x + 1 + 2 = 0 \quad A_x = -3t$$

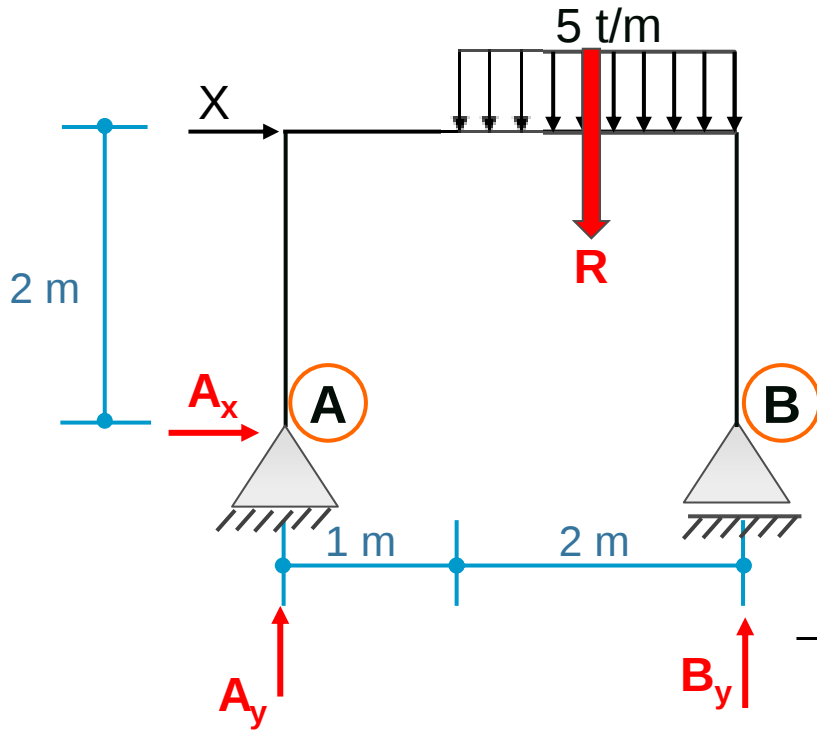
$$\uparrow \sum Y = 0 \quad A_y = \frac{2 * 3}{2} + 2 = 5t$$

$$\curvearrowright \sum M_A = 0$$

$$-M_A - 3 * 2 - 2 * 3 - 2 * 4 - 1 * 2 = 0$$

$$M_A = -22tm$$

Problem 2.4. Şekildeki sistemde A noktasındaki düşey reaksiyonun sıfır olabilmesi için X ne olmalıdır?



$$\rightarrow \sum X = 0 \quad A_x + X = 0 \quad A_x = -X \text{ t}$$

$$\uparrow \sum Y = 0 \quad A_y = 0 \text{ ise } B_y = 5 * 2 = 10 \text{ t}$$

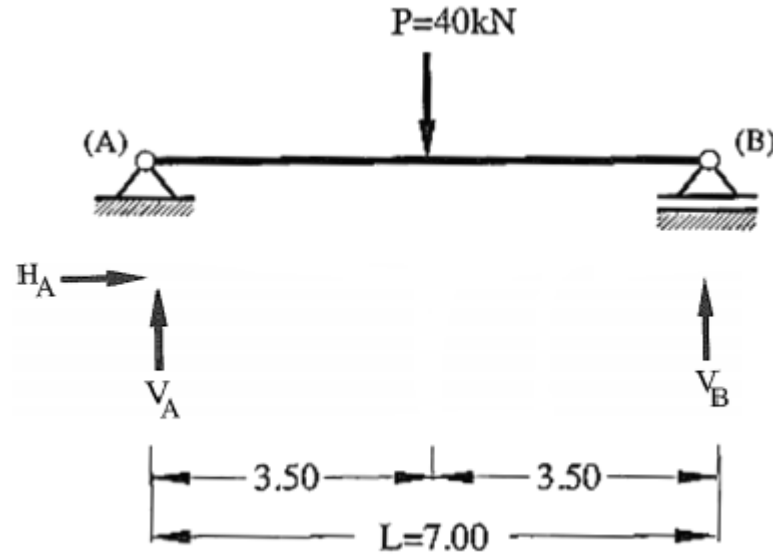
$$\curvearrowright \sum M_A = 0$$

$$-2 * X - 10 * 2 + 3 * B_y = 0 \quad 2X = 10 \text{ t} \quad X = 5 \text{ t}$$

$$A_x = -5 \text{ t}$$

PROBLEM 2.1

Şekil 2.1 de verilen bir ucu sabit, diğer ucu kayıcı mesnetli olan basit kirişin, açıklık ortasına $P = 40 \text{ kN}$ luk tekil yük etmektedir. Buna göre kirişin mesnet tepkilerini bulunuz.



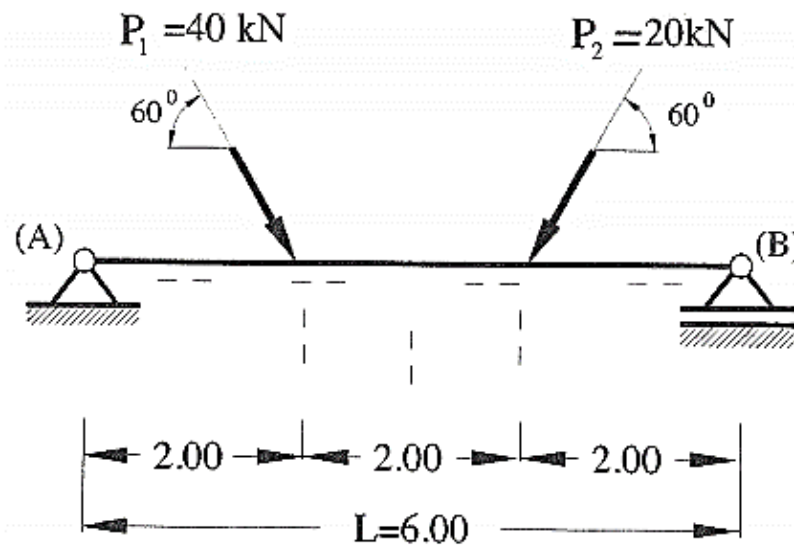
$$(\rightarrow+) \Sigma F_x = 0 \quad \Rightarrow H_A = 0 \quad \checkmark$$

$$(\curvearrow+) \Sigma M_A = 0 \quad V_B \times 7.00 - 40 \times 3.50 = 0 \quad \Rightarrow V_B = 20.00 \text{ kN} \uparrow \quad \checkmark$$

$$(\uparrow+) \Sigma F_y = 0 \quad V_B + V_A - 40 = 0 \quad \Rightarrow V_A = 20.00 \text{ kN} \uparrow \quad \checkmark$$

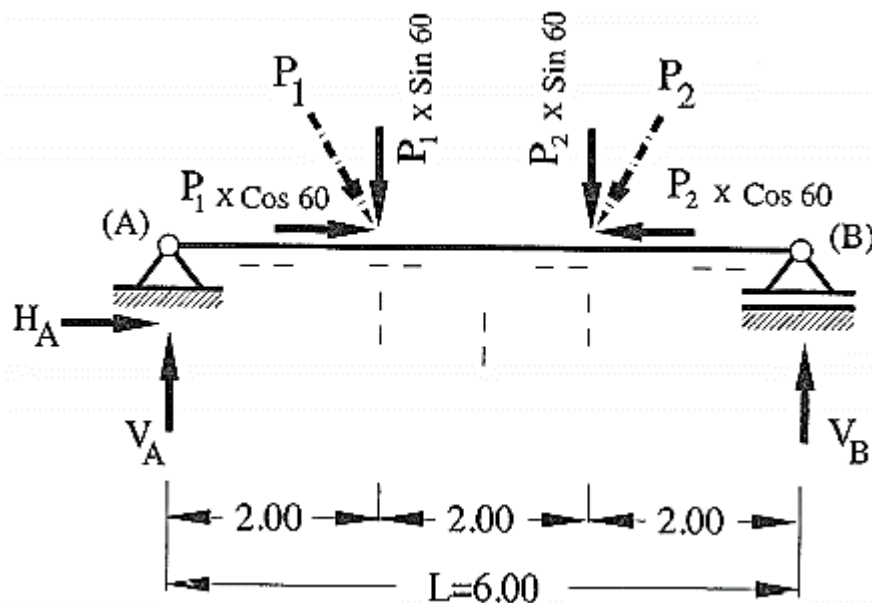
PROBLEM 2.2

Şekil 2.2 deki bir ucu sabit, diğer ucu kayıcı mesnetli olan basit kiriş, herbiri yatayla 60° lik bir açı yapan $P_1=40\text{kN}$ ve $P_2=20\text{kN}$ luk tekil yüklerin etkisindedir. Bu kirişte oluşan mesnet tepkilerini bulunuz.



$$(\sin 60 = 0.866)$$

$$(\cos 60 = 0.500)$$



$$(\sin 60 = 0.866)$$

$$(\cos 60 = 0.500)$$

$$(\rightarrow+) \Sigma F_x = 0$$

$$H_A + P_1 \times \cos 60 - P_2 \times \cos 60 = 0$$

$$H_A + 40 \times 0.500 - 20 \times 0.500 = 0$$

$$\Rightarrow H_A = -10.00 \text{ kN} \rightarrow \checkmark$$

$$(\curvearrow+) \Sigma M_A = 0$$

$$V_B \times 6.00 - P_1 \times \sin 60 \times 2.00 - P_2 \times \sin 60 \times 4.00 = 0$$

$$V_B \times 6.00 - 40 \times 0.866 \times 2.00 - 20 \times 0.866 \times 4.00 = 0$$

$$\Rightarrow V_B = 23.09 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$

$$(\uparrow+) \Sigma F_y = 0$$

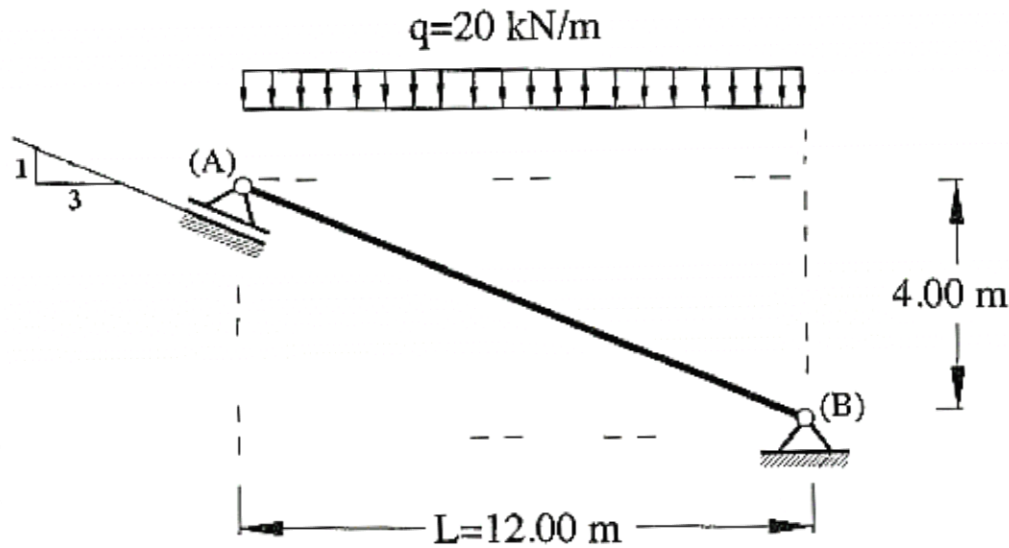
$$V_A + V_B - P_1 \times \sin 60 - P_2 \times \sin 60 = 0$$

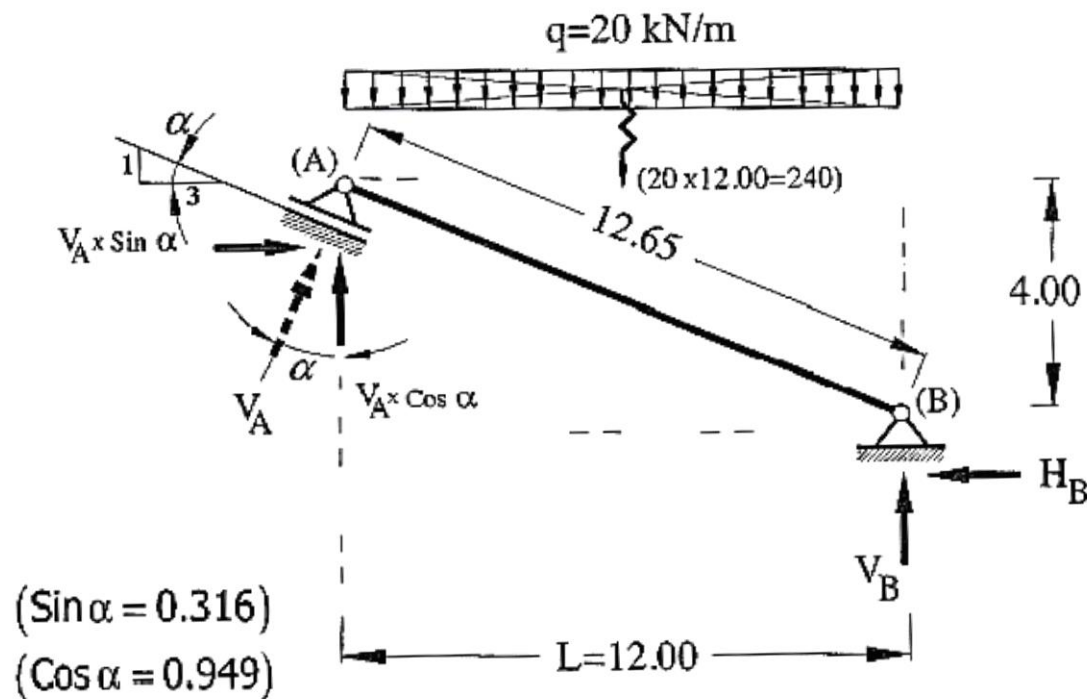
$$V_A + 23.09 - 40 \times 0.866 - 20 \times 0.866 = 0$$

$$\Rightarrow V_A = 28.87 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$

PROBLEM 2.3

Şekil 2.3 de bir ucu sabit, diğer ucu eğik kayıcı mesnetli olan bir kiriş verilmektedir. Kirişin mesnetleri arasındaki yatay açıklık 12.00m, A mesnetinin B mesnetine göre yüksekliği ise 4.00m dir. Söz konusu kirişe etkiyen $q=20$ kN/m lik düzgün yayılı yükünden dolayı oluşan mesnet tepkilerini hesaplayınız.

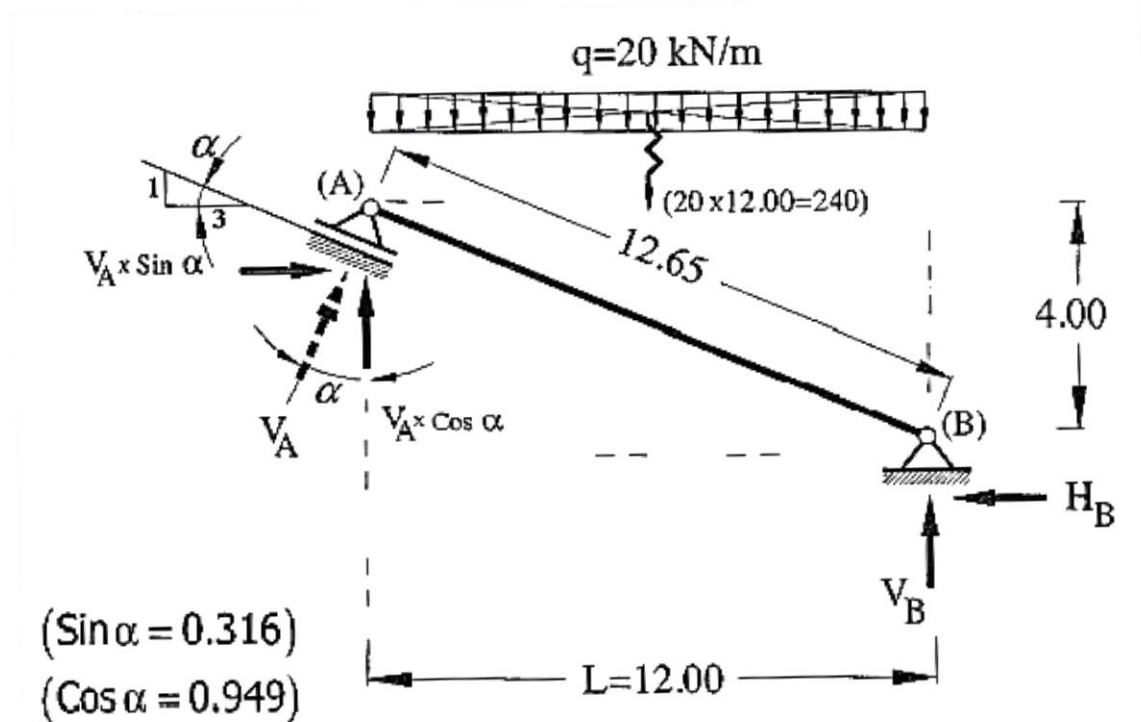




$$(\curvearrow +) \Sigma M_B = 0 \quad V_A \times 12.65 - 20 \times 12.00 \times \frac{12.00}{2} = 0 \quad \Rightarrow V_A = 113.83 \text{ kN} \nearrow \checkmark$$

Ayrıca; V_A mesnet tepkisi yatay ve düşey bileşenlerine ayrılarak, (B) mesnetine göre yazılacak moment denge denklemi ile elde edilmesi de mümkündür.

$$\begin{aligned}
 (\curvearrow +) \Sigma M_B = 0 \quad & V_A \times \sin \alpha \times 4.00 + V_A \times \cos \alpha \times 12.00 - 20 \times 12.00 \times \frac{12.00}{2} = 0 \\
 & V_A \times 0.316 \times 4.00 + V_A \times 0.949 \times 12.00 - 20 \times 12.00 \times \frac{12.00}{2} = 0 \\
 & \Rightarrow V_A = 113.83 \text{ kN} \nearrow \checkmark
 \end{aligned}$$



$$(\rightarrow +) \Sigma F_x = 0$$

$$V_A \times \sin \alpha - H_B = 0$$

$$113.83 \times 0.316 - H_B = 0$$

$$\Rightarrow H_B = 35.97 \text{ kN} \leftarrow \checkmark$$

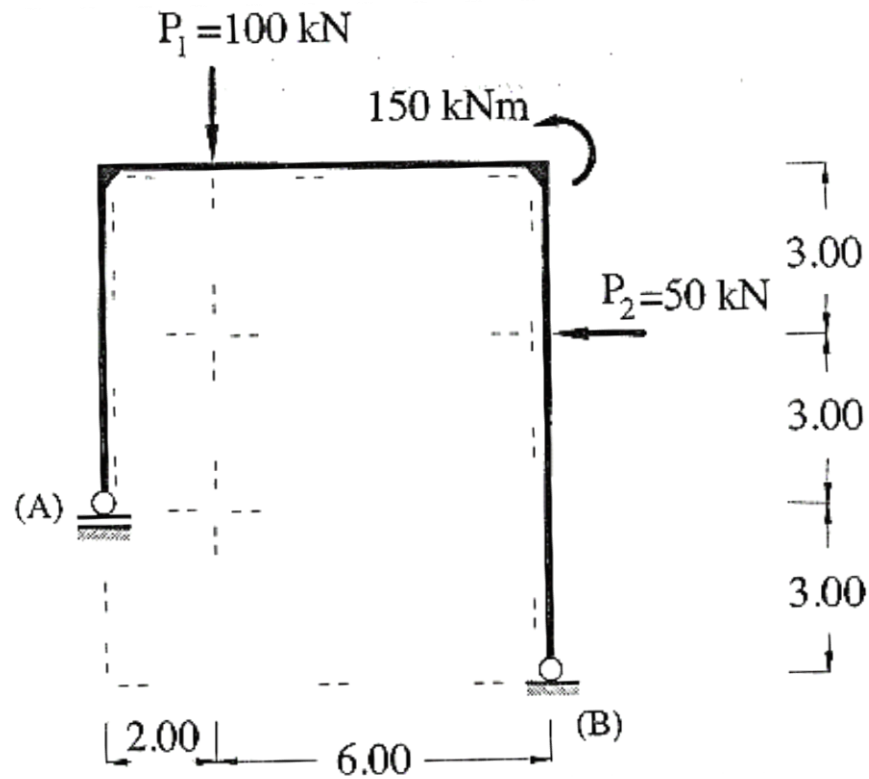
$$(\uparrow +) \Sigma F_y = 0$$

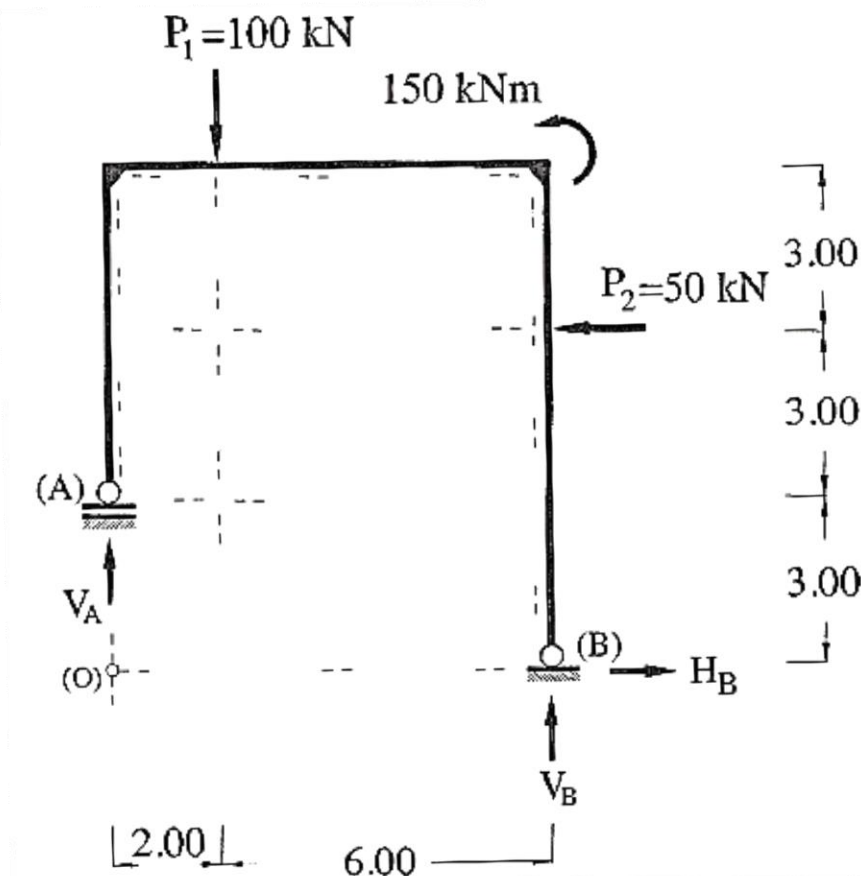
$$V_A \times \cos \alpha + V_B - 20 \times 12.00 = 0$$

$$113.83 \times 0.949 + V_B - 20 \times 12.00 = 0 \Rightarrow V_B = 131.98 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$

PROBLEM 2.4

Şekil 2.4 de görülen basit çerçevenin mesnet tepkilerini hesaplayınız.





$$(\rightarrow+) \Sigma F_x = 0$$

$$-50 + H_B = 0$$

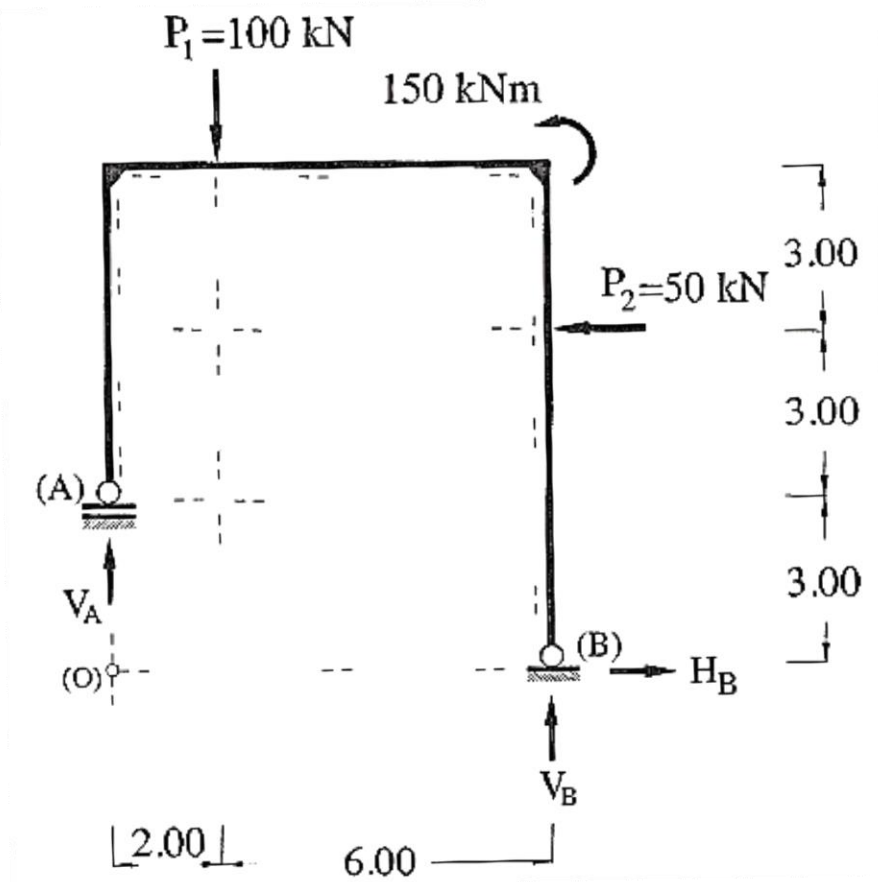
$$\Rightarrow H_B = 50.00 \text{ kN} \rightarrow$$

$$(\curvearrow+) \Sigma M_A = 0$$

$$-V_B \times 8.00 - H_B \times 3.00 - 50 \times 3.00 - 150 + 100 \times 2.00 = 0$$

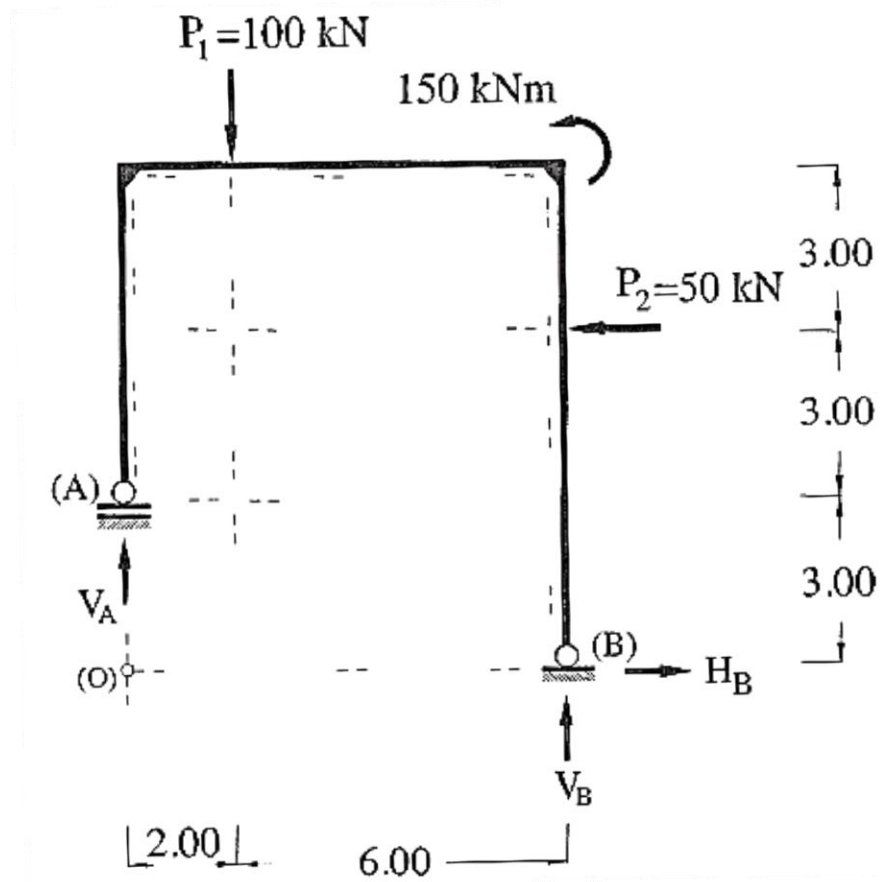
$$-V_B \times 8.00 - 50 \times 3.00 - 150 - 150 + 200 = 0$$

$$\Rightarrow V_B = -31.25 \text{ kN} \uparrow$$



V_B mesnet tepkisinin, Şekil 2.4a da görüldüğü gibi, V_A ve H_B mesnet tepkilerinin doğrultularının kesiştiği O noktasına göre $\Sigma M_O = 0$ moment denge denklemi yazılarak da elde edilmesi mümkündür. Buna göre,

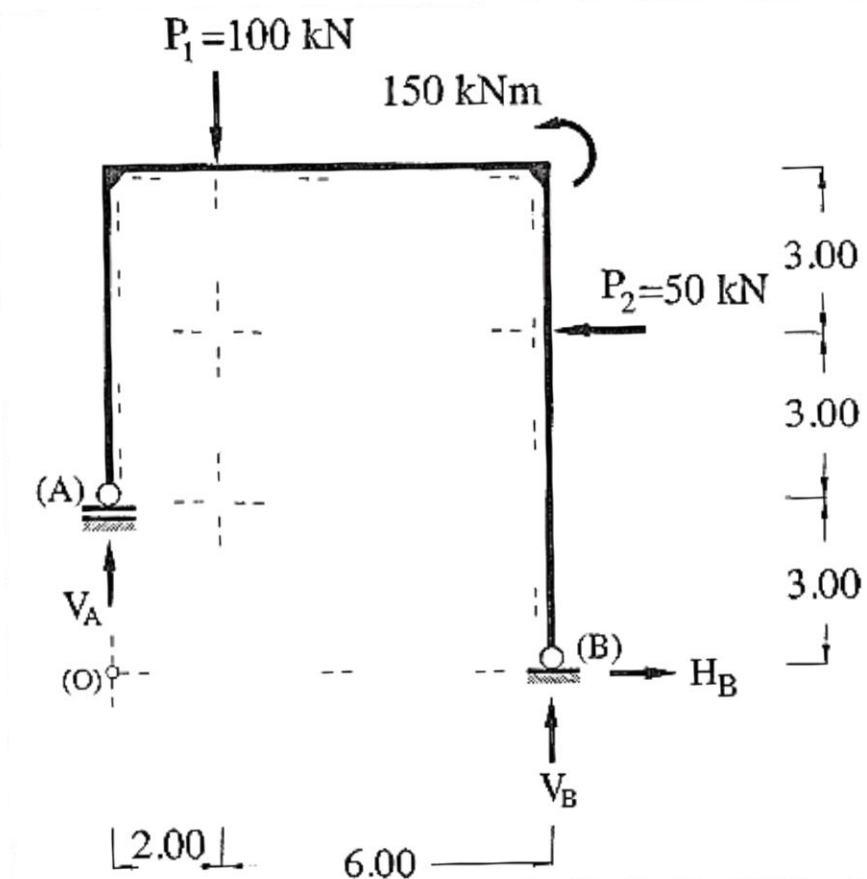
$$\begin{aligned}
 (\cup+) \Sigma M_O &= 0 & -V_B \times 8.00 + 100 \times 2.00 - 150 - 50 \times 6.00 &= 0 \\
 & & \Rightarrow V_B &= -31.25 \text{ kN} \uparrow \checkmark
 \end{aligned}$$



V_A mesnet tepkisi (B) mesnetine göre yazılacak moment denge denklemi ile bulunabileceği gibi, düşey izdüşüm denge denkleminde de elde edilebilir. Burada, V_A mesnet tepkisinin hesabında moment denge denkleminde yararlanılması tercih edilmiştir. Düşey izdüşüm denge denklemi ise bulunan düşey mesnet tepkilerinin kontrolü amacıyla kullanılmıştır.

$$(\circ +) \Sigma M_B = 0 \quad V_A \times 8.00 - 100 \times 6.00 - 150 - 50 \times 6.00 = 0$$

$$\Rightarrow V_A = 131.25 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$



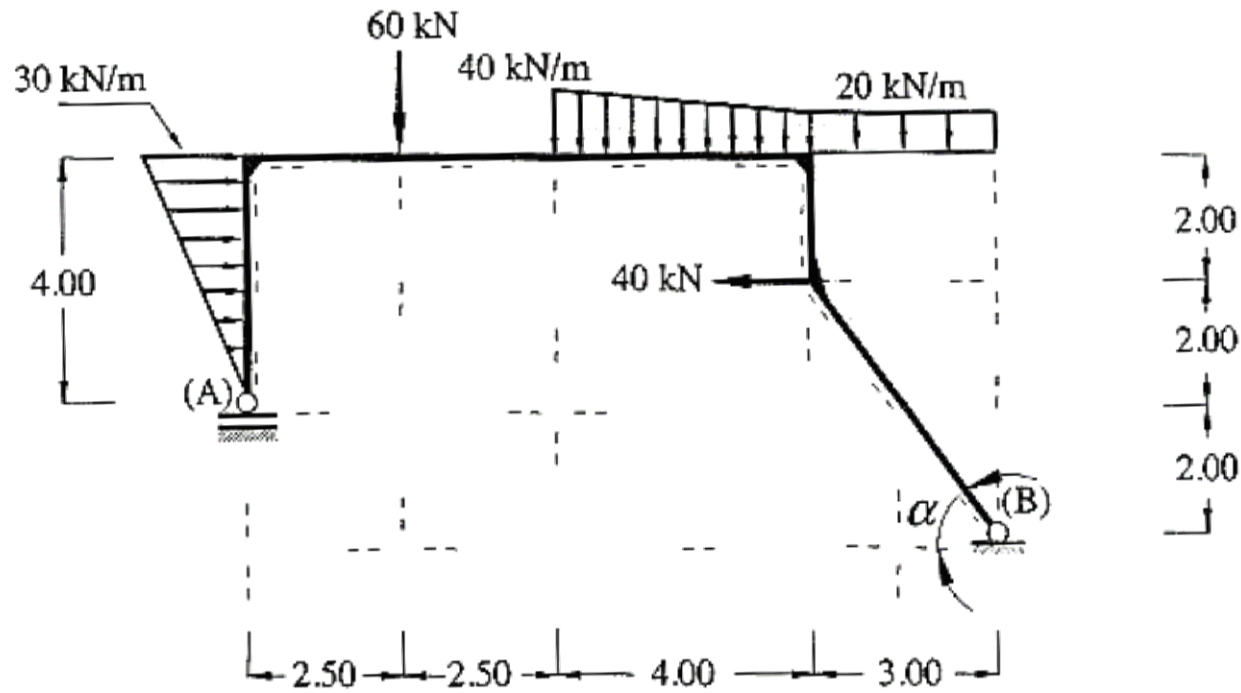
Kontrol : ($\uparrow +$) $\Sigma F_y = 0$ olmalı

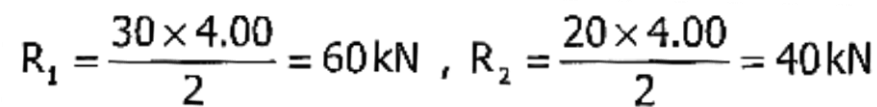
$$\Sigma F_y = V_A + V_B - 100$$

$$\Sigma F_y = 131.25 + (-31.25) - 100 = 0 \quad \checkmark$$

PROBLEM 2.7

Şekil 2.7 de görülen sistemin mesnet tepkilerini bulunuz.





$$R_4 = 20 \times 3.00 = 60 \text{ kN}$$

$$(\rightarrow+) \Sigma F_x = 0 \quad R_1 - 40 + H_B = 0$$

$$60 - 40 + H_B = 0$$

$$\Rightarrow H_B = -20.00 \text{ kN} \rightarrow \checkmark$$

$$(\curvearrow+) \Sigma M_A = 0 \quad R_1 \times 4.00 \times \frac{2}{3} + 60 \times 2.50 + R_2 \times (4.00 \times \frac{1}{3} + 5.00) + \dots$$

$$\dots + R_3 \times 7.00 + R_4 \times 10.50 - 40 \times 2.00 - H_B \times 2.00 - V_B \times 12.00 = 0$$

$$\Rightarrow V_B = 142.78 \uparrow \checkmark$$

$$(\curvearrow+) \Sigma M_B = 0 \quad V_A \times 12.00 + R_1 \times \left(4.00 \times \frac{2}{3} + 2.00 \right) - 60 \times 9.50 - \dots$$

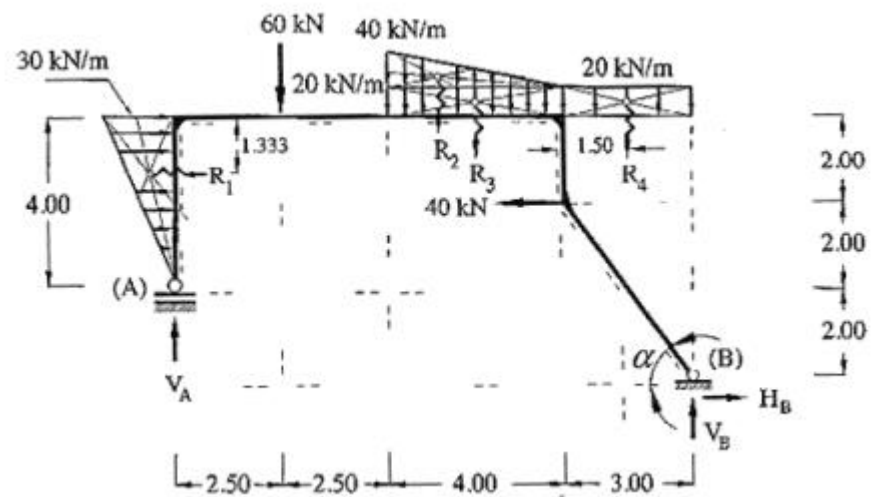
$$\dots - 20 \times 4.00 \times 5.00 - R_2 \times \left(\frac{2}{3} \times 4.00 + 3.00 \right) - \dots$$

$$\dots - 20 \times 3.00 \times 1.50 - 40 \times 4.00 = 0 \Rightarrow V_A = 97.22 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$

Kontrol: $(\uparrow+) \Sigma F_y = 0$ olmalı.

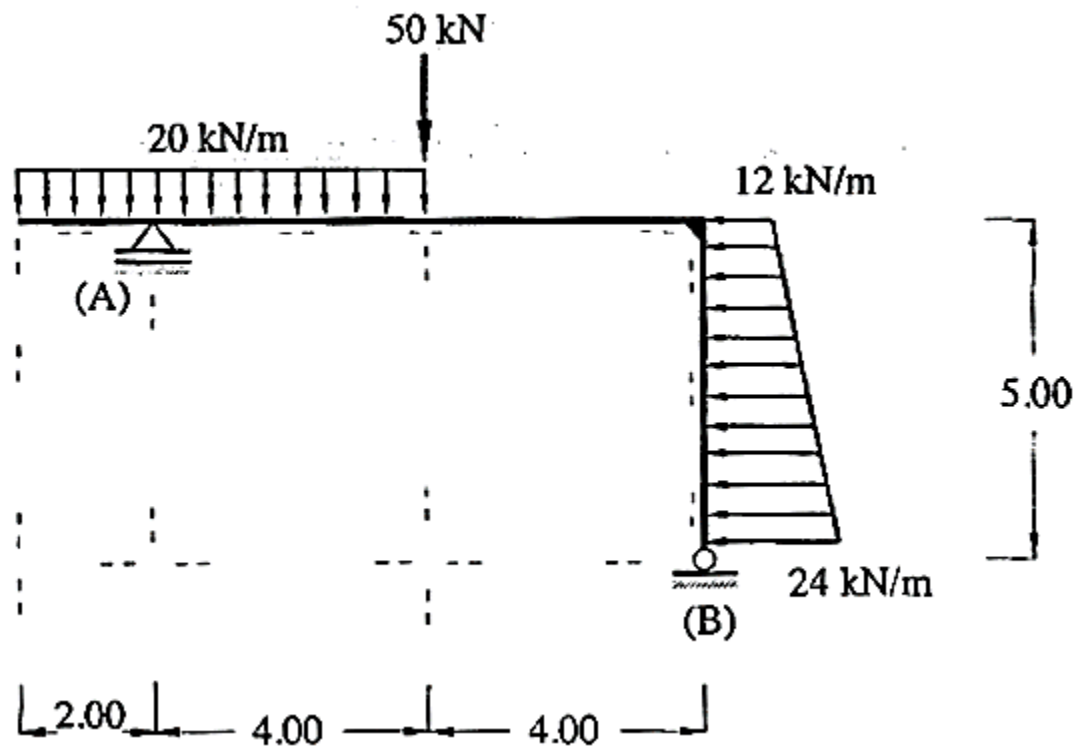
$$\Sigma F_y = 97.22 - 60 - R_2 - R_3 - R_4 + 142.78$$

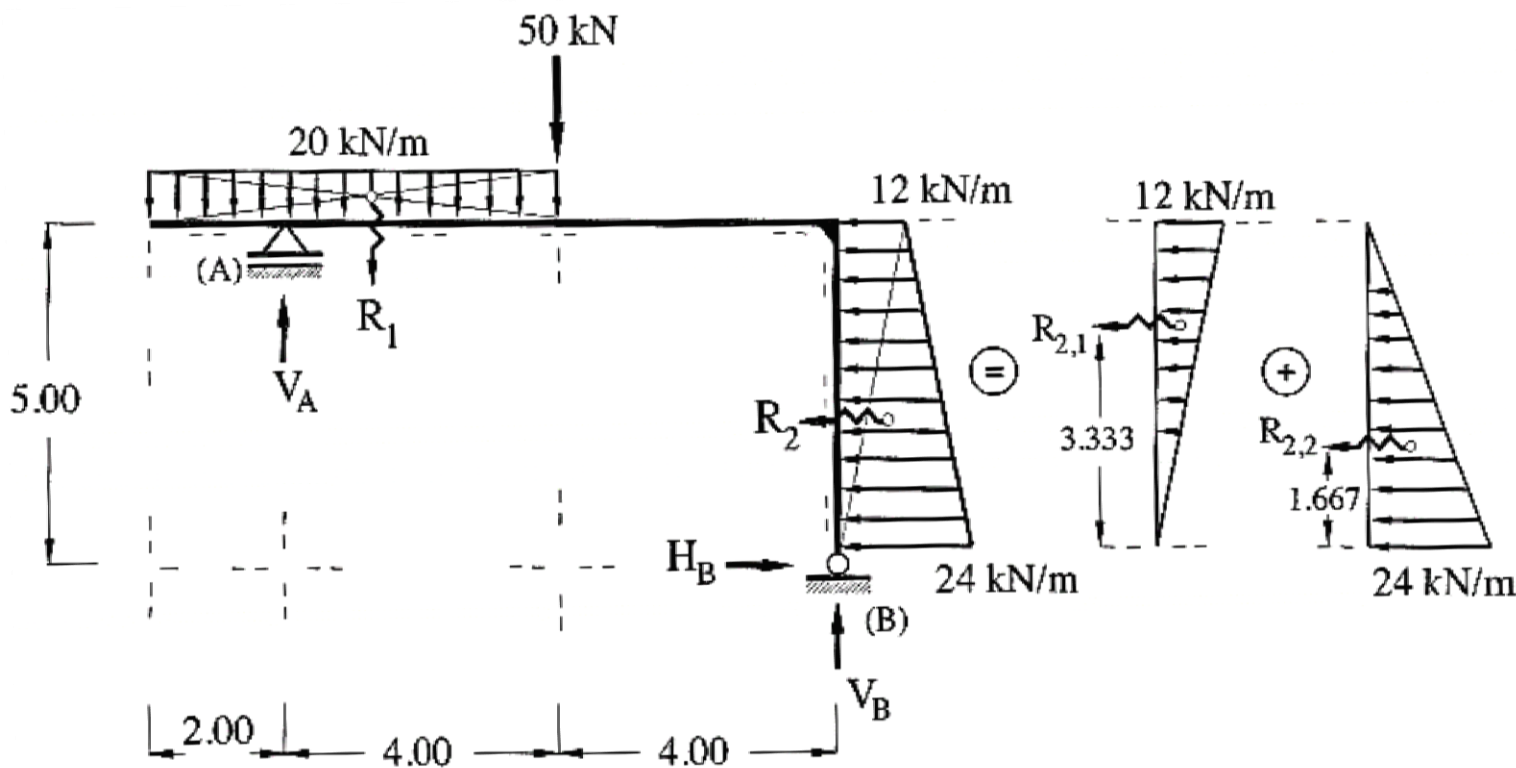
$$\Sigma F_y = 97.22 - 60 - 40 - 80 - 60 + 142.78 = 0 \checkmark$$



PROBLEM 2.8

Şekil 2.8 de verilen sistemin mesnet tepkilerini bulunuz.





$$R_1 = 20 \times 6.00 = 120 \text{ kN} , R_{2,1} = \frac{12 \times 5.00}{2} = 30 \text{ kN} , R_{2,2} = \frac{24 \times 5.00}{2} = 60 \text{ kN}$$

$$(\rightarrow+) \Sigma F_x = 0 \quad H_B - R_{2,1} - R_{2,2} = 0$$

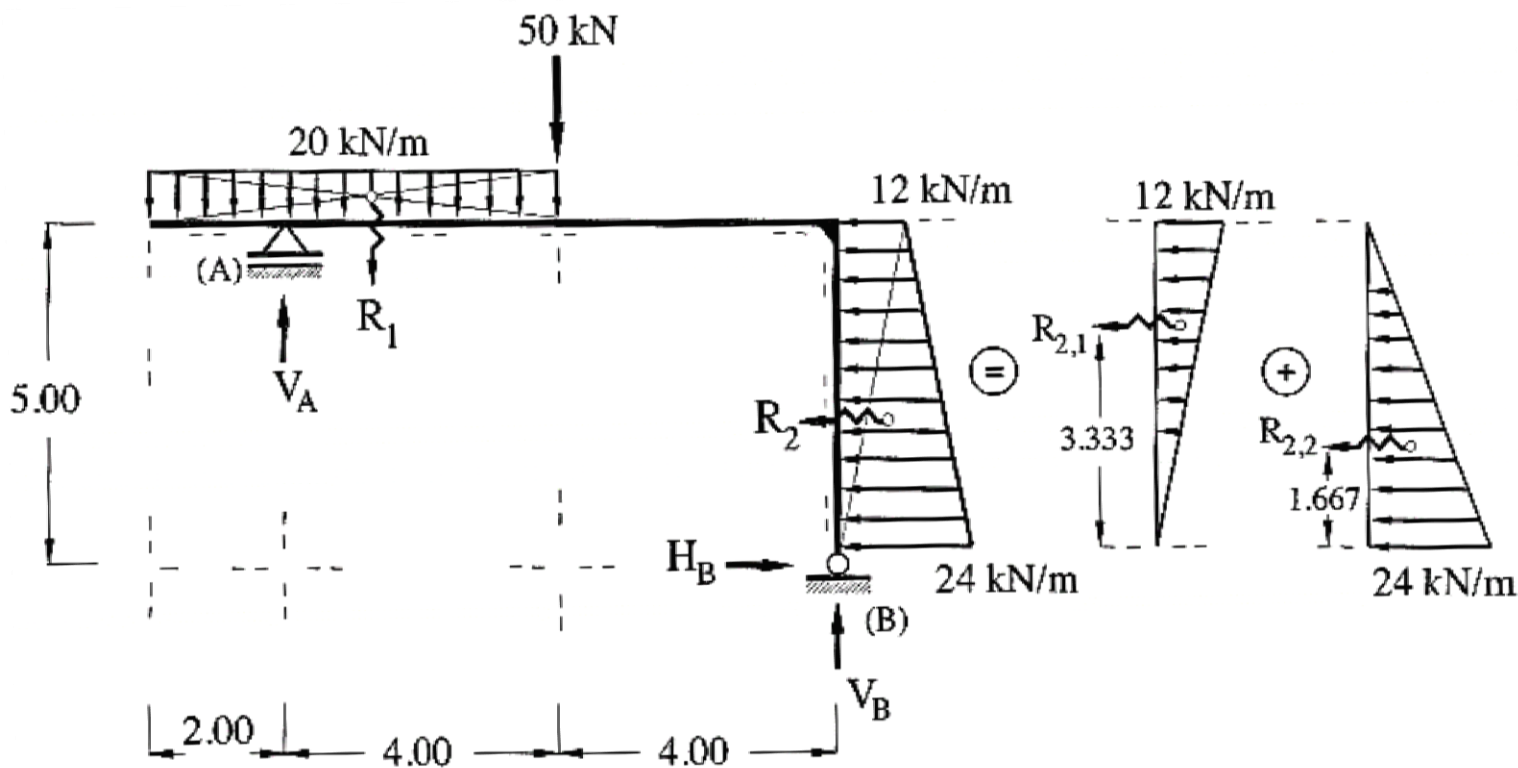
$$H_B - 30 - 60 = 0$$

$$\Rightarrow H_B = 90.00 \text{ kN} \rightarrow \checkmark$$

$$(\curvearrow+) \Sigma M_A = 0 \quad R_1 \times 1.00 + 50 \times 4.00 + R_{2,1} \times \left(\frac{1}{3} \times 5.00\right) + R_{2,2} \times \left(5.00 \times \frac{2}{3}\right) - \dots$$

$$\dots - H_B \times 5.00 - V_B \times 8.00 = 0$$

$$\Rightarrow V_B = 15.00 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$



$$\begin{aligned}
 (\cup+) \Sigma M_B = 0 \quad & V_A \times 8.00 - R_1 \times 7.00 - 50 \times 4.00 - \dots \\
 \dots - R_{2,1} \times \frac{2}{3} \times 5.00 - R_{2,2} \times \frac{1}{3} \times 5.00 = 0 \quad & \Rightarrow V_A = 155.00 \text{ kN} \uparrow \checkmark
 \end{aligned}$$

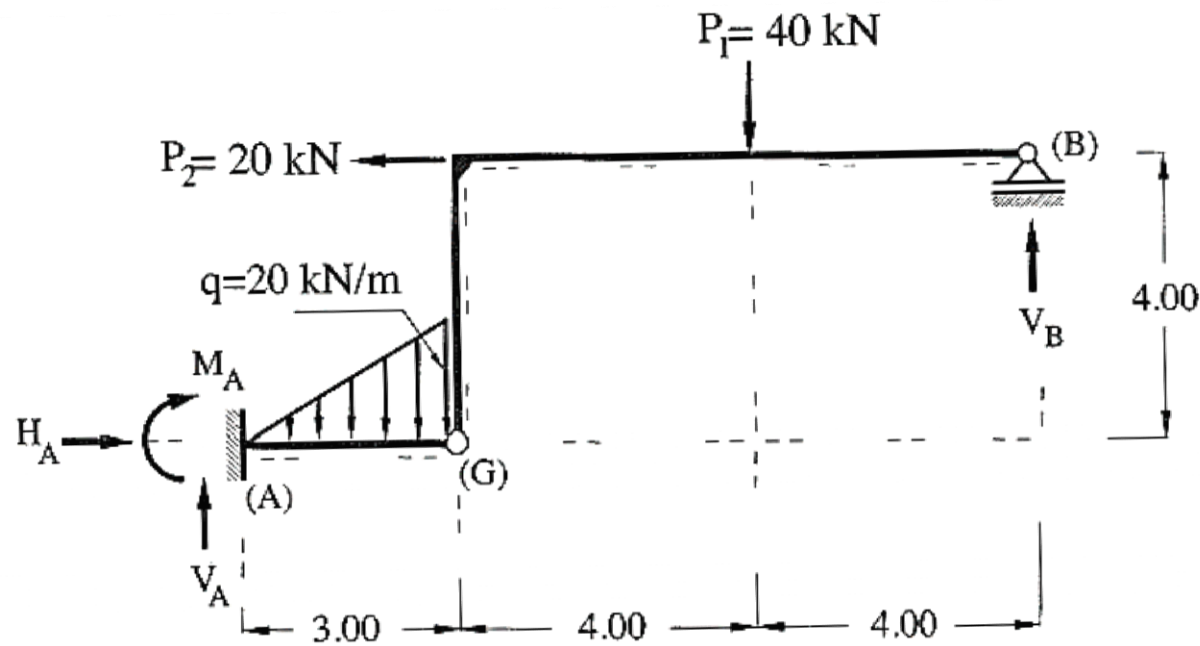
Kontrol: ($\uparrow+$) $\Sigma F_y = 0$ olmalı.

$$\Sigma F_y = V_A + V_B - R_1 - 50$$

$$\Sigma F_y = 155.00 + 15.00 - 120 - 50 = 0 \checkmark$$

PROBLEM 2.11

Şekil 2.11 deki ara mafsallı sistemin mesnet tepkilerini bulunuz.



➤ I. YOL : DİREKT ÇÖZÜM

$$(\rightarrow+) \Sigma F_x = 0 \quad H_A - 20 = 0 \quad \Rightarrow H_A = 20.00 \text{ kN} \rightarrow \checkmark$$

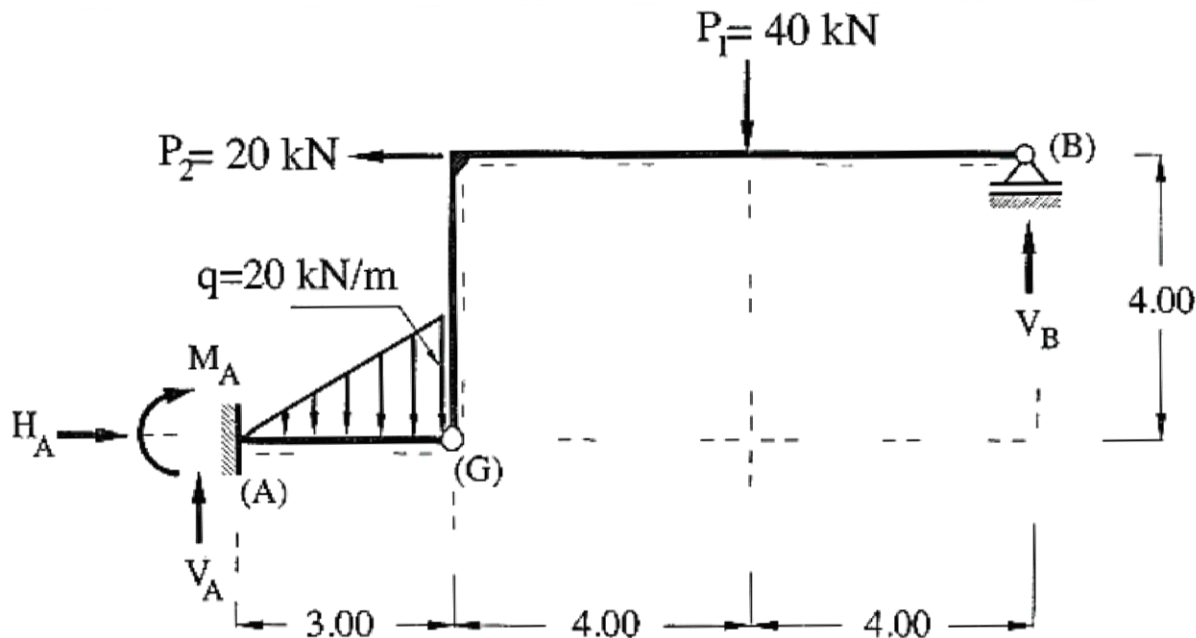
$$(\cup+) \Sigma M_{G, \text{sağ}} = 0 \quad -20 \times 4.00 + 40 \times 4.00 - V_B \times 8.00 = 0 \quad \Rightarrow V_B = 10.00 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$

$$(\uparrow+) \Sigma F_y = 0 \quad V_A - \frac{20 \times 3.00}{2} - 40 + V_B = 0 \quad \Rightarrow V_A = 60.00 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$

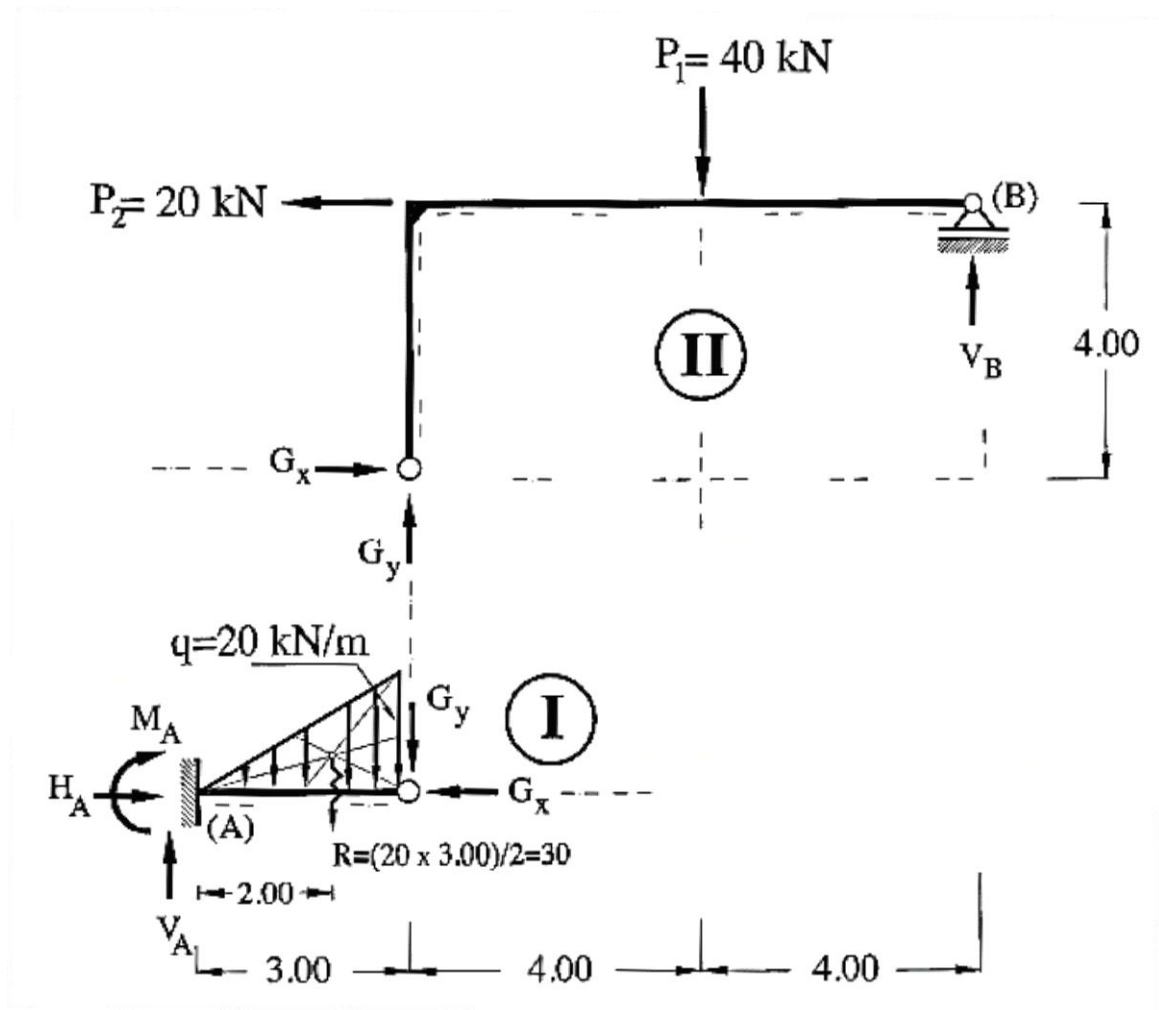
$$\begin{aligned}
 (\cup+)\Sigma M_B=0 \quad & V_A \times 11.00 - H_A \times 4.00 + M_A - \frac{20 \times 3.00}{2} \times 9.00 - \dots \\
 & \dots - 40 \times 4.00 = 0 \quad \Rightarrow M_A = -150.00 \text{ kNm} \cup \checkmark
 \end{aligned}$$

Kontrol: $(\cup+)\Sigma M_{G,sol}=0$ olmalıdır.

$$\Sigma M_{G,sol} = -150 + 60 \times 3.00 - \frac{20 \times 3.00}{2} \times 1.00 = 0 \quad \checkmark$$



➤ II. YOL : TAŞIMA ŞEMALİ ÇÖZÜM



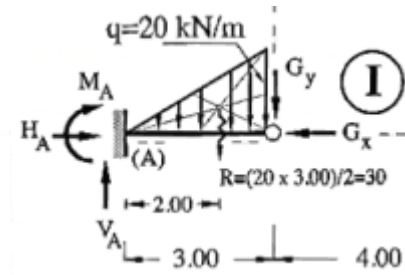
$$(\rightarrow+) \Sigma F_{x,II} = 0 \quad -20 + G_x = 0 \quad \Rightarrow G_x = 20.00 \text{ kN} \rightarrow \checkmark$$

$$(\curvearrow+) \Sigma M_{G,II} = 0 \quad -V_B \times 8.00 + 40 \times 4.00 - 20 \times 4.00 = 0 \Rightarrow V_B = 10.00 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$

$$(\uparrow+) \Sigma F_{y,II}=0 \quad G_y + V_B - 40 = 0$$

$$G_y + 10 - 40 = 0$$

$$\Rightarrow G_y = 30.00 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$



II nolu (taşıyan) parça için hesaplanan G_x , G_y mafsal kuvvetleri **I** nolu parçaya aktarıldıktan sonra, **I** nolu parçanın mesnet tepkileri izdüşüm ve moment denge denklemleri ile elde edilecektir.

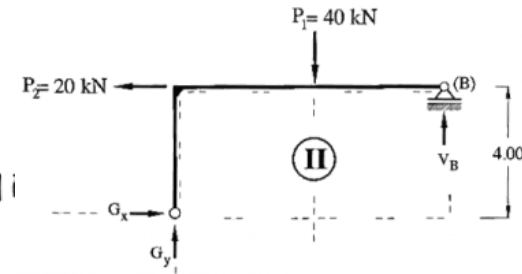
$$(\rightarrow+) \Sigma F_{x,I}=0 \quad H_A - G_x = 0$$

$$H_A - 20 = 0$$

$$\Rightarrow H_A = 20 \text{ kN} \rightarrow \checkmark$$

$$(\curvearrow+) \Sigma M_{A,I}=0 \quad G_y \times 3.00 + R \times \left(\frac{2}{3}\right) \times 3.00 + M_A = 0$$

$$30 \times 3.00 + 30 \times \left(\frac{2}{3}\right) \times 3.00 + M_A = 0 \Rightarrow M_A = -150.00 \text{ kN} \cdot \text{m}$$



$$(\uparrow+) \Sigma F_{y,I}=0 \quad V_A - R - G_y = 0$$

$$V_A - 30 - 30 = 0$$

$$\Rightarrow V_A = 60.00 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$

Mesnet tepkilerinin doğruluğunu kontrol etmek amacıyla, tüm sistem gözönüne alınarak $(\curvearrow+) \Sigma M_B=0$ ve $(\curvearrow+) \Sigma M_A=0$ moment denge denklemleri yazılacaktır.

Kontrol-1) $(\curvearrow+) \Sigma M_B=0$ olmalıdır.

$$\Sigma M_B = M_A - H_A \times 4.00 + V_A \times 11 - R \times 9.00 - 40 \times 4.00$$

$$\Sigma M_B = -150 - 20 \times 4.00 + 60 \times 11 - 30 \times 9.00 - 160 = 0 \checkmark$$

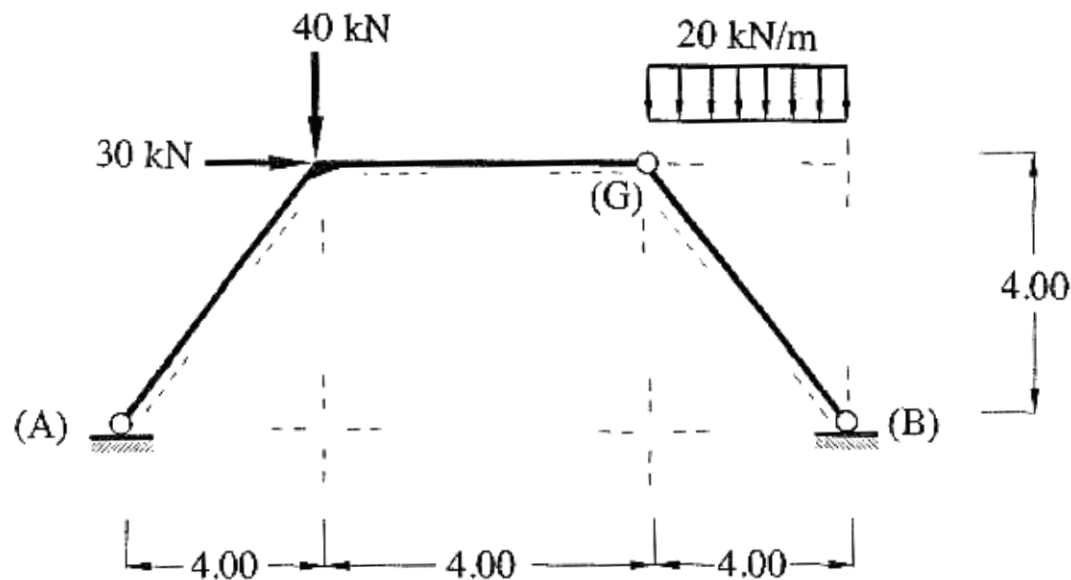
Kontrol-2) ($\cup+$) $\Sigma M_A = 0$ olmalıdır.

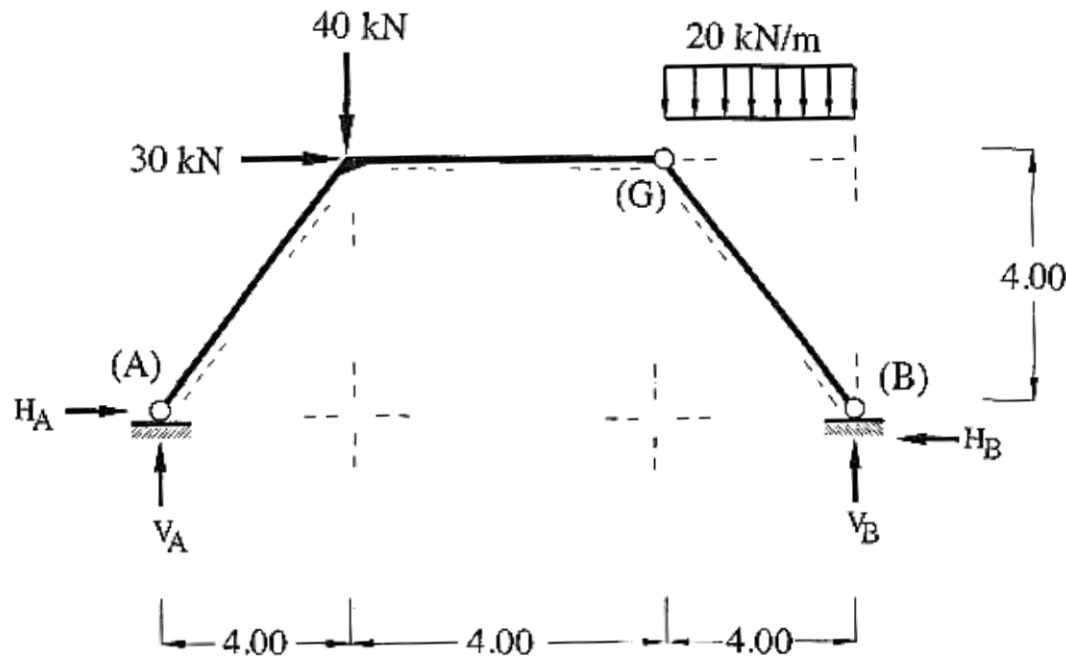
$$\Sigma M_A = -V_B \times 11 + 40 \times 7.00 - 20 \times 4.00 + R \times 2.00 + M_A$$

$$\Sigma M_A = -10 \times 11 + 280 - 80 + 30 \times 2.00 - 150 = 0 \checkmark$$

PROBLEM 2.14

Şekil 2.14 de görülen sistemin mesnet tepkilerini bulunuz.





$$(\cup+) \Sigma M_A = 0 \quad -V_B \times 12.00 + 20 \times 4.00 \times 10.00 + 40 \times 4.00 + 30 \times 4.00 = 0$$

$$\Rightarrow V_B = 90.00 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$

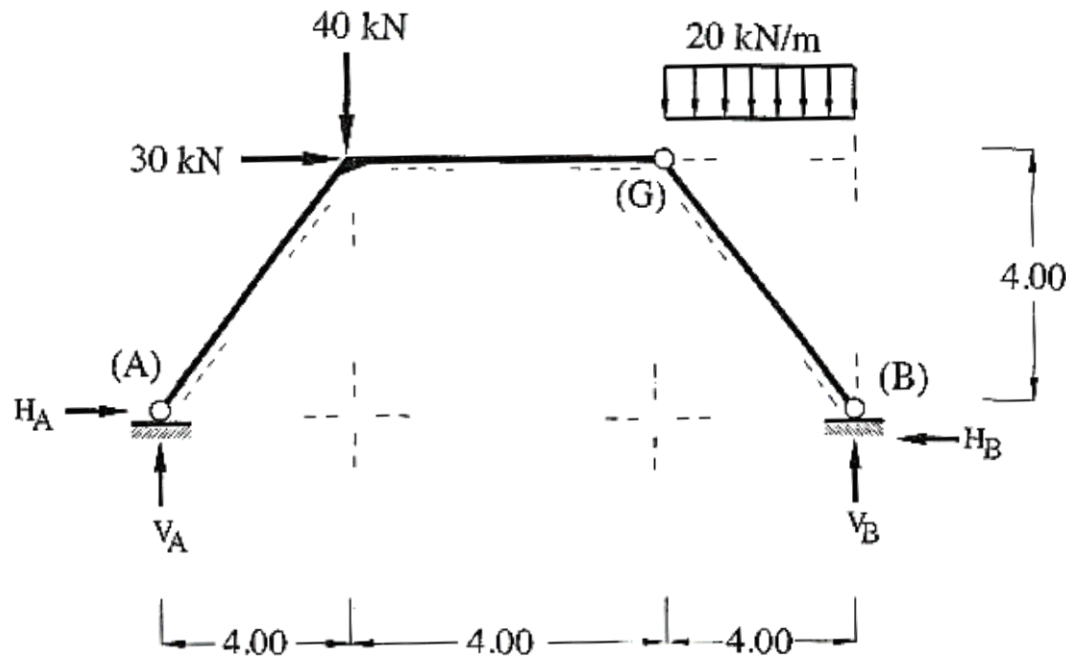
$$(\cup+) \Sigma M_B = 0 \quad V_A \times 12.00 + 30 \times 4.00 - 40 \times 8.00 - 20 \times 4.00 \times 2.00 = 0$$

$$\Rightarrow V_A = 30.00 \text{ kN} \uparrow \checkmark$$

(G) mafsalında momentin sıfır olması koşulundan yararlanılarak H_B ve H_A

$$(\cup+) \Sigma M_{G, \text{sağ}} = 0 \quad 20 \times 4.00 \times 2.00 + H_B \times 4.00 - V_B \times 4.00 = 0 \Rightarrow H_B = 50.00 \text{ kN} \leftarrow \checkmark$$

$$(\cup+) \Sigma M_{G, \text{sol}} = 0 \quad -40 \times 4.00 - H_A \times 4.00 + V_A \times 8.00 = 0 \Rightarrow H_A = 20.00 \text{ kN} \rightarrow \checkmark$$



Mesnet tepkileri, izdüşüm denge denklemleri ile kontrol edilecektir. Buna göre

Kontrol: ($\uparrow +$) $\Sigma F_y = 0$ olmalı.

$$\Sigma F_y = V_A + V_B - 40 - 20 \times 4.00 = 0$$

$$\Sigma F_y = 30.00 + 90.00 - 40 - 20 \times 4.00 = 0 \quad \checkmark$$

($\rightarrow +$) $\Sigma F_x = 0$ olmalı.

$$\Sigma F_x = H_A - H_B - 30 = 0$$

$$\Sigma F_x = 20.00 - 50.00 + 30 = 0 \quad \checkmark$$